Domar-Modell

Welche Wachstumsrate in Modellwirtschaft mit constant returns to scale ist gleichgewichtig in dem Sinn, daß immer Angebot = Nachfrage bezw. $I = S$?

I. Voraussetzungen: (10.2) $Y = C + I$ dreipoliger Kreislauf

(10.4) $S = (1-c)Y$ $(1-c) = s$ = Sparquote

(10.6) $\sigma = \frac{K}{Y} = \frac{\Delta K}{\Delta Y} = \frac{I}{\Delta Y}$ Kapitalkoeffizient, capital-output-ratio

(10.8) $v = \frac{1}{\sigma}$ Kapitalproduktivität, output-capital-ratio (auch marginal)

II. Bedingung: $I_0 = S_0$ Ausgangsgleichgewicht

III. Investition von $I \equiv \Delta K$ in Periode 0 tritt ein

(10.10) $\Delta Y_0 = v \cdot \Delta K_0$

(10.11) $\Delta Y_0 = v(1-c)Y_0$ weil $\Delta K = (1-c)Y$ nach Bedingung

(10.13) $\frac{\Delta Y_0}{Y_0} = v(1-c)$ → Bedingungsgleichung!

IV. Verlauf des Wachstums in der Zeit

(10.14) $\frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = v \cdot s$ (10.13) umgeformt

(10.15) $Y_1 - Y_0 = Y_0 \cdot s \cdot v$

$Y_1 = Y_0 + Y_0 \cdot s \cdot v$

$Y_1 = Y_0 (1 + s \cdot v)$

(10.14) in die übliche Form einer Differenzengleichung gebracht

(10.16) $Y_2 = Y_1 (1 + s \cdot v)$

$Y_2 = Y_0 (1 + s \cdot v)^2$ wegen (10.15)

(10.18) $\boxed{Y_t = Y_0 (1 + s \cdot v)^t}$ Wachstum exponentiell

(10.14) $\dfrac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = v \cdot s$ wächst in $\frac{1}{n}$ Jahr auf

(10.24) $Y_0 + \dfrac{Y_0 \cdot v \cdot s}{n} = Y_0 \left(1 + \dfrac{s \cdot v}{n}\right)$ und im nächsten $\frac{1}{n}$ auf

$Y_0 \left(1 + \dfrac{s \cdot v}{n}\right)^2$ .... bis n, sodaß in einem Jahr $(n \cdot \frac{1}{n})$

(10.25) $Y_1 = Y_0 \left(1 + \dfrac{s \cdot v}{n}\right)^n$ und in $(2n \cdot \frac{1}{n})$ Jahren auf

(10.26) $Y_2 = Y_0 \left(1 + \dfrac{s \cdot v}{n}\right)^{2n}$ und in t Jahren auf

(10.27) $Y_t = Y_0 \left(1 + \dfrac{s \cdot v}{n}\right)^{tn}$

(10.28) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e = 2{,}71828...$ daher für (10.25)

Wäre $s \cdot v = 1$, dann (10.25) = (10.28).
Für $s \cdot v \neq 1$ gilt $\lim \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$

(10.30) $Y_1 = Y_0 \cdot e^{s \cdot v}$

(10.31) $Y_2 = Y_0 \cdot e^{s \cdot v \cdot 2}$

$\vdots$

(10.32) $\boxed{Y_t = Y_0 \cdot e^{s \cdot v \cdot t}}$ $Y_t = Y_0 \exp(s \cdot v \cdot t)$: wie (10.18)

W'rate = $s \cdot v = 0{,}2 \cdot 0{,}25 = 5\%$

mit 10 GE Investition = 2,50 GE Mehrprodukt

Wachstumsverlauf bei c = 0,8 , s = 0,2 und v = 0,25				
Periode	Y = C+S	C	I	Y = C+I
0	100,00	80,00	20,00	100,00
1	105,00	84,00	21,00	105,00
2	110,25	88,20	22,05	110,25
3	115,76	92,61	23,15	115,76
4	121,55	97,24	24,31	121,55
5	127,63	102,10	25,53	127,63

Bedingung!

W'rate = 0,5 x 0,25 = 12 %

c = c' niedrigerer!

mit 10 GE Investition = 2,50 GE Mehrprodukt

Wachstumsverlauf bei c = 0,5 , s = 0,5 , v = 0,25				
Periode	Y = C+S	C	I	Y = C+I
0	100,00	50,00	50,00	100,00
1	112,00	56,25	56,25	112,50
2	126,25	63,13	63,13	126,25
3	142,38	71,19	71,19	142,38
4	160,18	80,09	80,09	160,18
5	180,20	90,10	90,10	180,20

Bedingung!

W'rate = s · v = 0,2 · 0,4 = 8 %

mit 10 GE Investition = 4 GE Mehrprodukt

Wachstumsverlauf bei c = 0,8 , s = 0,2 , v = 0,40				
Periode	Y = C+S	C	I	Y = C+I
0	100,00	80,00	20,00	100,00
1	108,00	86,40	21,60	108,00
2	116,64	93,31	23,33	116,64
3	125,97	100,78	25,19	125,97
4	136,05	108,84	27,21	136,05
5	146,93	117,54	29,39	146,93

Bedingung!